

福州格致中学 2021-2022 学年度第一学期高二数学

选择性必修二校本练习(29)

(范围:导数的实际应用

完成时间:40 分钟 命题人:高二数学集备组)

班级_____姓名_____座号_____

A:基础型作业

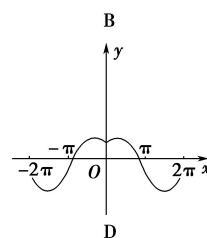
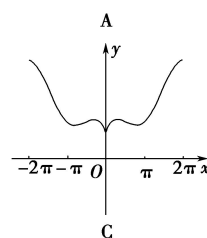
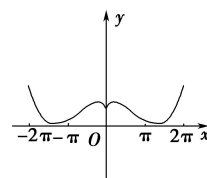
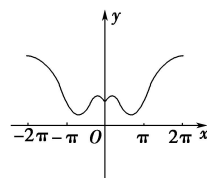
1. 将 8 分为两个非负数之和, 使两个非负数的立方和最小, 则应分为()

- A. 2 和 6 B. 4 和 4 C. 3 和 5 D. 以上都不对

2. 某工厂要围建一个面积为 512 平方米的矩形堆料场, 一边可以利用原有的墙壁, 其他三边需要砌新的墙壁, 若使砌壁所用的材料最省, 堆料场的长和宽应分别为(单位: 米)()

- A. 32, 16 B. 30, 15 C. 40, 20 D. 36, 18

3. 函数 $y = \cos x + \ln(|x| + 1)$ ($x \in [-2\pi, 2\pi]$) 的图象大致为()



4. 已知函数 $f(x) = (x^2 + a)e^x$ 有最小值, 则函数 $g(x) = x^2 + 2x + a$ 的零点个数为()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 取决于 a 的值

5. 某公司生产某种产品, 固定成本为 20 000 元, 每生产一单位产品, 成本增加 100 元, 已知

总营业收入 R 与年产量 x 的关系是 $R(x) = \begin{cases} 400x - \frac{1}{2}x^2, & 0 \leq x \leq 400, \\ 80\,000, & x > 400, \end{cases}$ 则总利润最大时, 每

年生产的产品是()

- A. 100 B. 150 C. 200 D. 300

6. 已知函数 $f(x) = x^4 + 9x + 5$, 则 $f(x)$ 的图象在 $(-1, 3)$ 内与 x 轴的交点的个数为_____.

7. 用总长 14.8 m 的钢条制作一个长方体容器的框架, 如果所制作容器的底面的一边比另一边长 0.5 m, 那么高为_____时容器的容积最大.

8. 若 $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + 1 = 0$ 有一个实数根, 则实数 a 的取值范围为_____.

9. 一艘轮船在航行中燃料费和它的速度的立方成正比. 已知速度为每小时 10 千米时, 燃料费是每小时 6 元, 而其他与速度无关的费用是每小时 96 元, 问轮船的速度是多少时, 航行 1 千

米所需的费用总和最少？

10. 用长为 18 m 的钢条围成一个长方体形状的框架，要求长方体的长与宽之比为 2:1，问该长方体的长、宽、高各为多少时，其体积最大？最大体积是多少？

B 组：提高型作业

11. (多选题) 设 $x^3 + ax + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$)，下列条件中，使得该三次方程仅有一个实根的是 ()

A. $a = -3, b = 2$ B. $a = -3, b = -3$ C. $a = -3, b > 2$ D. $a = 1, b = 2$

12. 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$ ，若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 ，且 $x_0 > 0$ ，则 a 的取值范围是 ()

A. $(2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

13. 海轮每小时使用的燃料费与它的航行速度的立方成正比，已知某海轮的最大航速为 30 n mile/h，当速度为 10 n mile/h 时，它的燃料费是每小时 25 元，其余费用(无论速度如何)都是每小时 400 元. 如果甲乙两地相距 800 n mile，则要使该海轮从甲地航行到乙地的总费用最低，它的航速应为_____.

14. (一题两空) 某批发商以每吨 20 元购进一批建筑材料，若以每吨 M 元零售，销售 N (单位：吨) 与零售价 M (单位：元) 有如下关系： $N = 8300 - 170M - M^2$ ，则该批材料零售价定为_____元时利润最大，利润的最大值为_____元.

C 组：发展型作业

15. 已知函数 $f(x) = (x-1)\ln x - x - 1$. 证明：(1) $f(x)$ 存在唯一的极值点；
(2) $f(x) = 0$ 有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数.